

Очный этап по математике

10-11 класс

Задание 1

Внутри круга нарисовано 16 радиусов этого круга и 10 окружностей, центры которых совпадают с центром круга. На сколько областей радиусы и окружности делят круг?

Задание 2

Натуральное число n назовём интересным, если $2n$ является точным квадратом, а $15n$ — точным кубом. Найдите наименьшее интересное число.

Задание 3

В противоположных углах клетчатой таблицы 2025×2024 сидят два кузнечика. За каждый ход они одновременно перепрыгивают через сторону на соседнюю клетку. Смогут ли кузнечики когда-нибудь оказаться в одной клетке?

Задание 4

Диагонали вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P . Пусть K, L, M, N середины сторон AB, BC, CD, DA соответственно. Докажите, что сумма углов KPL и NPM равна 180 градусам.

Задание 5

Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Описанные окружности треугольников AOB и COD пересекаются в точке M на основании AD . Докажите, что треугольник BMC равнобедренный.

Задание 6

Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению $x^2 + xy + y^2 = x + 20$.